



CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y
DESARROLLO TECNOLÓGICO

Modelo Mecánico – Térmico de flujo sanguíneo por método de mallas libres

Dr. Alfonso Gastelum Strozzi

CCADET UNAM

Objetivos

- ❑ Desarrollo de modelos geométricos para representar diferentes condiciones de flujo.
- ❑ Desarrollo de modelos matemáticos de flujo y conductividad térmica y su representación en métodos de mallas libres
- ❑ Construcción de un método de simulación para resolver los modelos propuestos.
- ❑ Fabricación de estructuras por métodos de manufactura aditiva.

Introducción

La termografía es un método que se está iniciando a utilizar en el diagnóstico de diferentes enfermedades.

En nuestro caso en este momento estamos enfocándonos en la relación de la morfología de la termografía obtenida de las piernas del sujeto con la detección temprana del pie diabético.

El problema de estos métodos se encuentra en entender la relación de la mancha térmica obtenida con las estructuras que conducen el calor en el cuerpo humano.

En este trabajo me enfoco en mostrar el avance logrado en la descripción computacional de estructuras de conducción de flujo y la aproximación de la solución del comportamiento utilizando métodos numéricos en lugar de soluciones analíticas.

Descripción del método

Modelos
geométricos

- Analíticos tubulares
- No tubulares

Estudio de forma

- Propiedades morfológica
- Propiedades topológicas

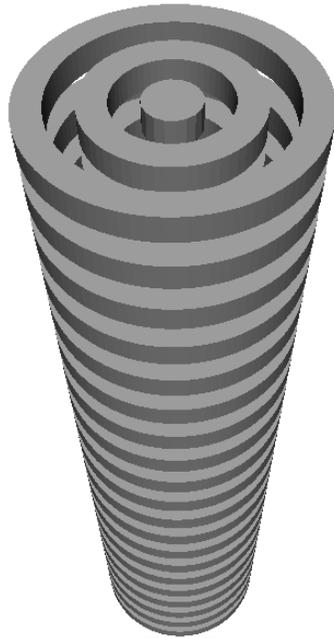
Modelo físico

- Flujo (Navier - Stokes)
- Conductividad térmica

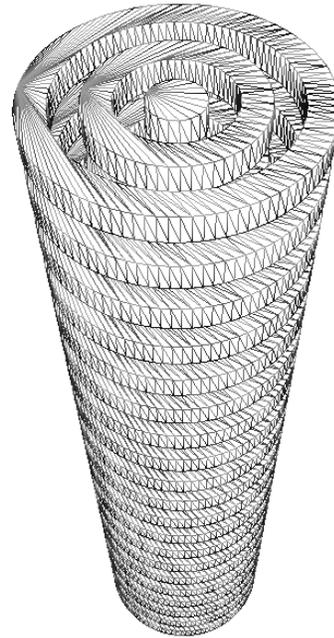
Simulación
numérica

- Smoothed Particles
Hydrodynamics.

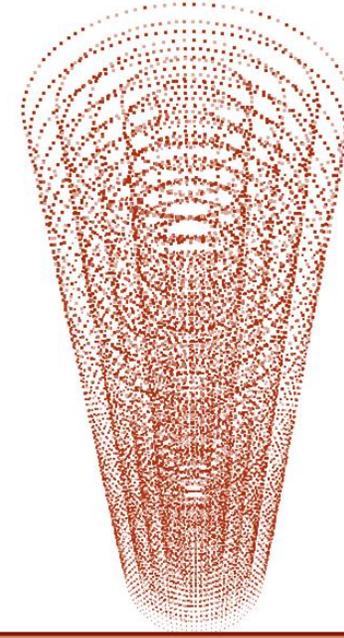
Modelos geométricos



Forma
continua

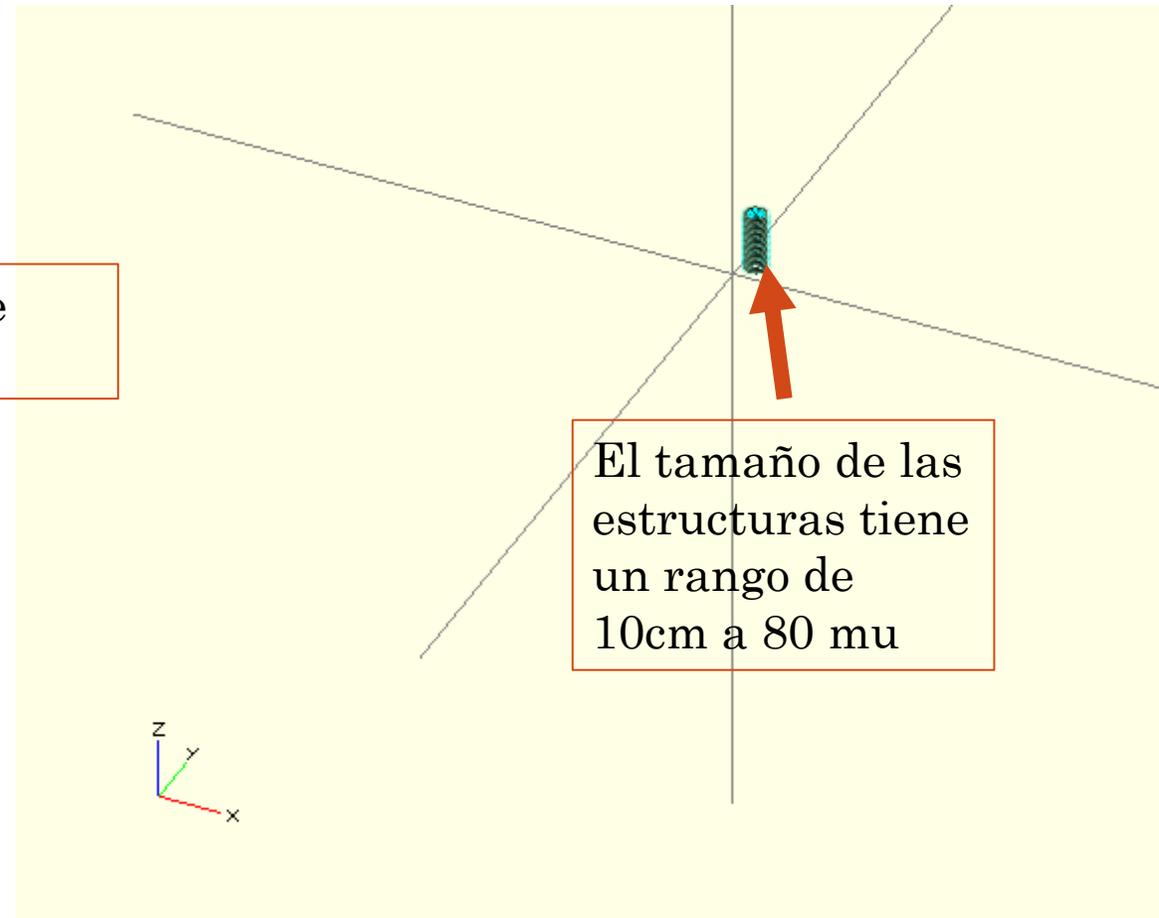
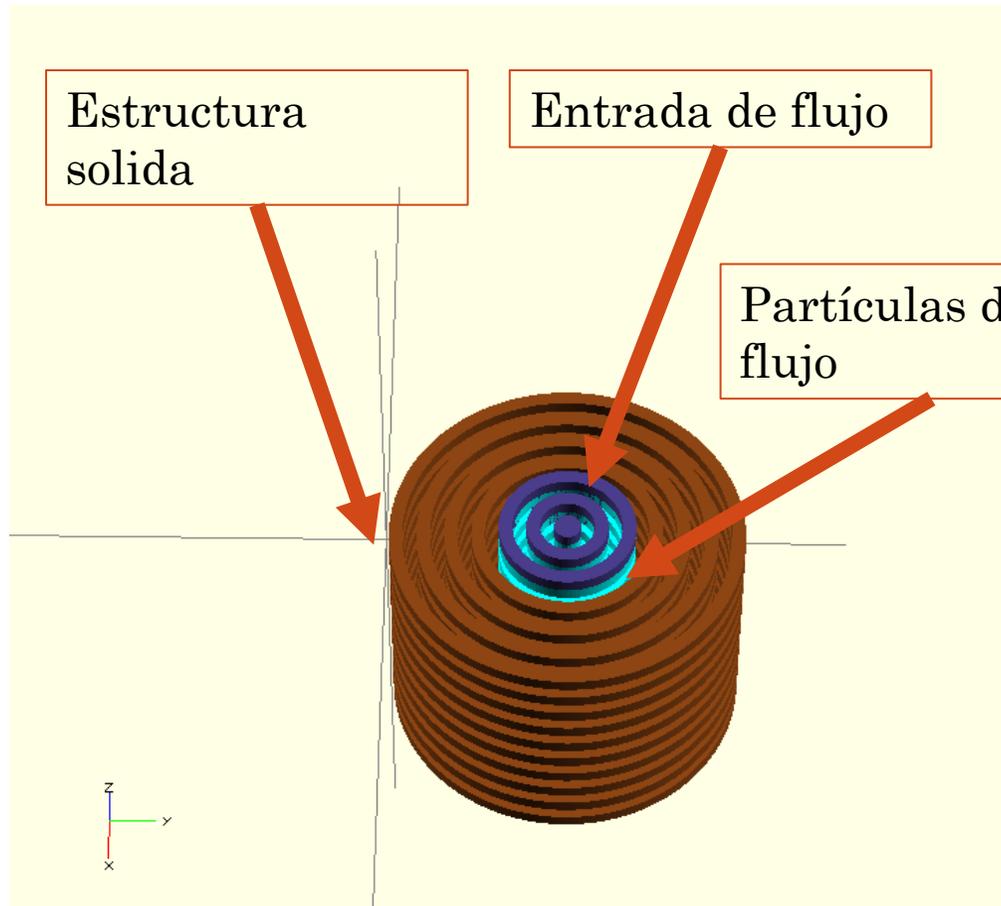


Representación
discreta por
malla

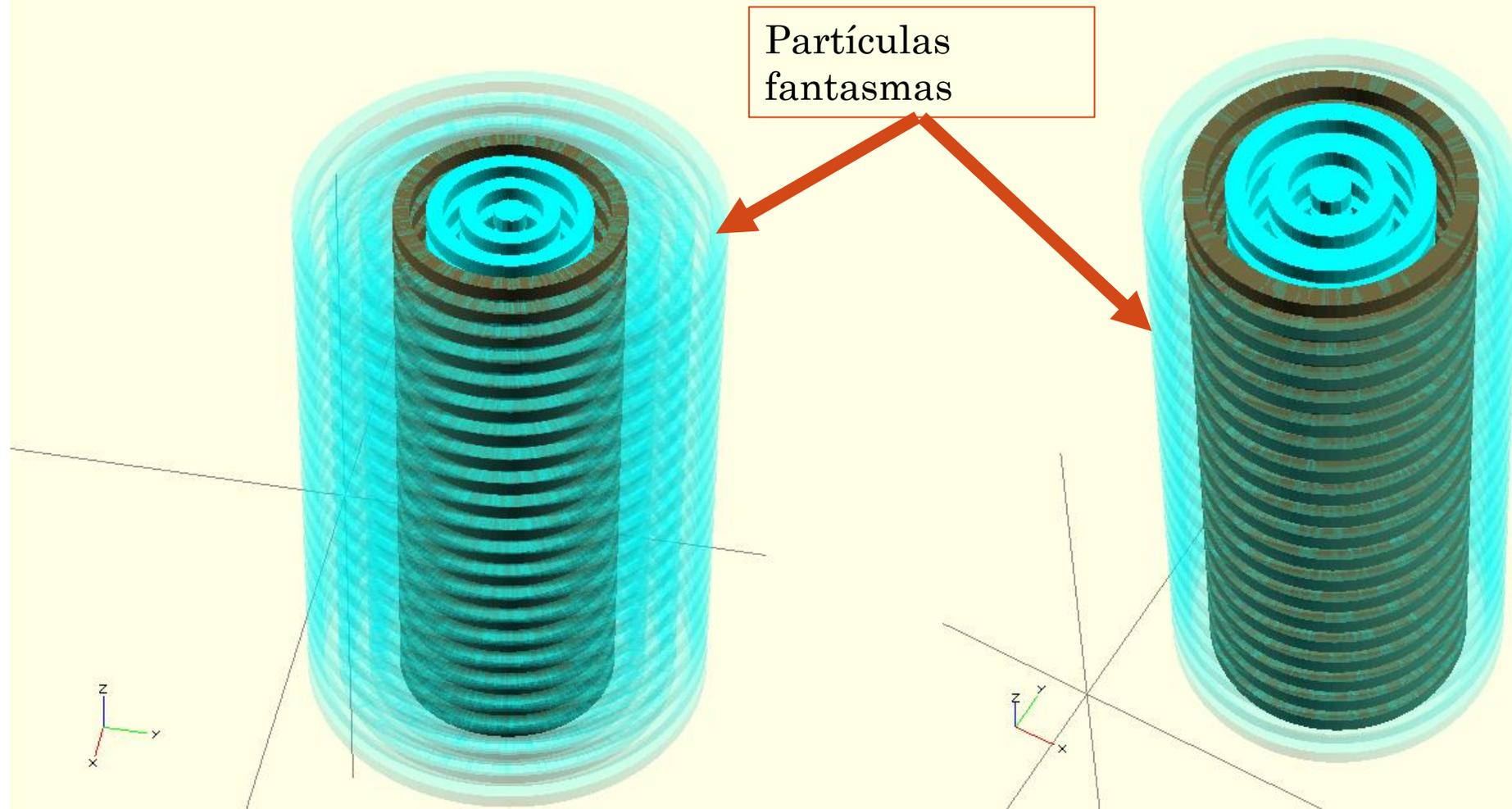


Representación
discreta por
partículas

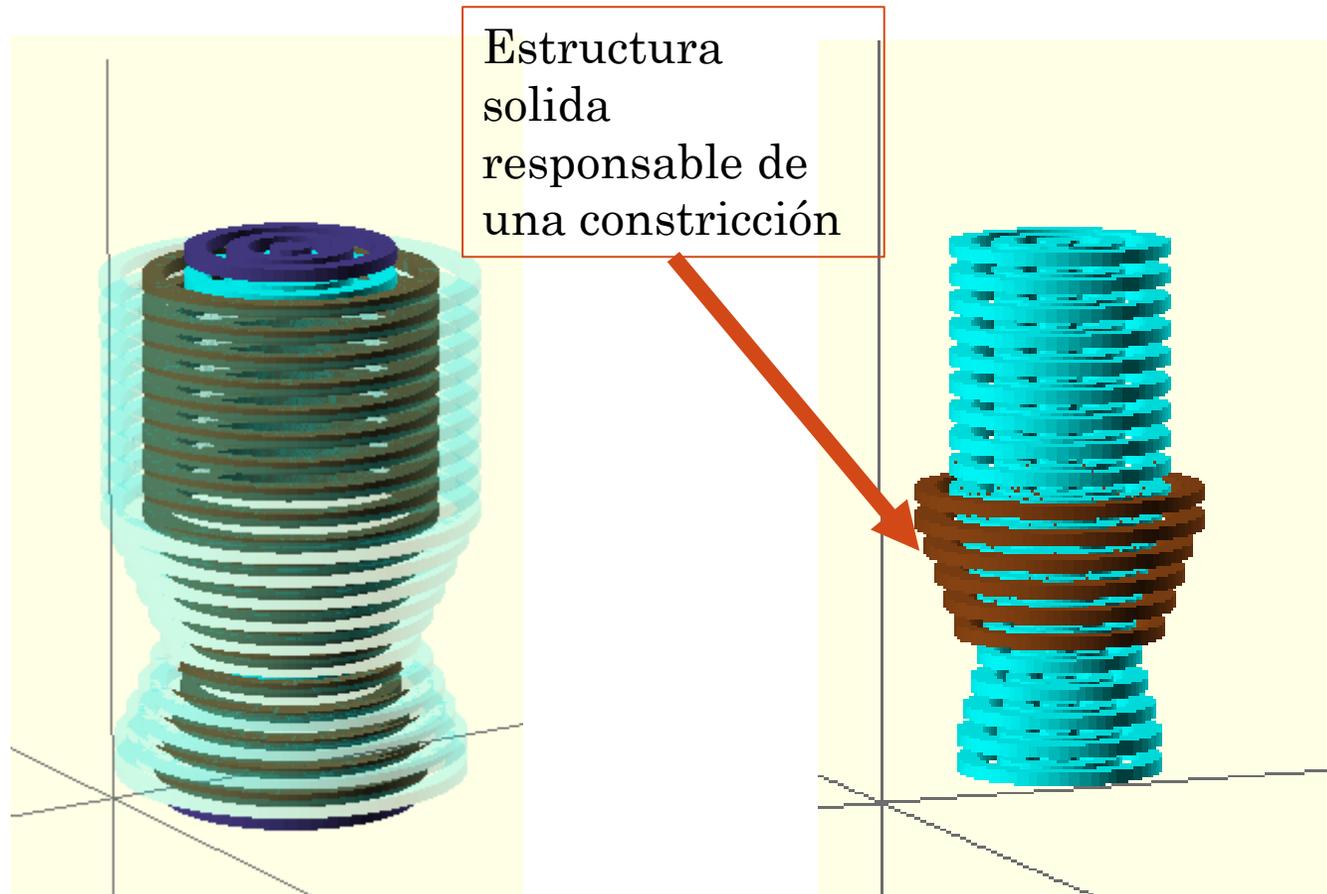
Modelos geométricos



Modelos geométricos

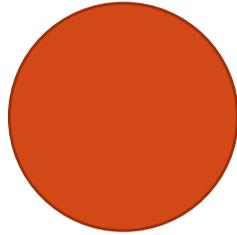


Modelos geométricos

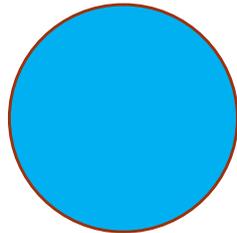


Estructura partículas

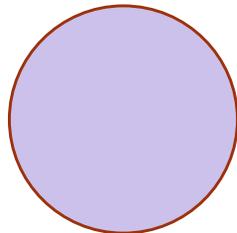
Partículas solidas, proveen con los limites del modelo y se utilizan para resolver las colisiones entre las partículas de flujo y este limite.



Partículas de flujo, se utilizan para resolver el flujo (comportamiento de las fuerzas internas y externas). Y la conductividad térmica del flujo



Partículas fantasma 1, Proveen a las partículas de flujo con información para obtener las condiciones de frontera, funcionan como partículas de flujo estáticas que proveen con una resistencia al flujo en la frontera.



Partículas fantasma 2, Funcionan como un sistema multicapas con diferentes coeficientes térmicos para la conductividad térmica en el objeto solido (tejido - órganos).

Medidas morfológicas y topológicas

Volumen	$V(\Phi) = \text{card}(\Phi)$
Área de la superficie envolvente	$A(\Phi) = \sum_{T_j \in \hat{\mathcal{O}}_T \Phi} \frac{1}{2} (v_{i_{2j}} - v_{i_{1j}}) \times (v_{i_{3j}} - v_{i_{1j}}) $
Factor de forma	$f_{f_{3D}} = (3V(\Phi)\sqrt{4\pi})/A(\Phi)^{3/2}$
Caja englobante mínima	$d_{abc}(B_b(\Phi)) = \sqrt{(B_{b,a}^2 + B_{b,b}^2 + B_{b,c}^2)}$
Extensión	$E(\Phi) = V(\Phi)/d_{abc}(B_b(\Phi))$

Medidas morfológicas y topológicas

Campo de distancia	$D(\Phi) = \{d_\Phi(\mathbf{Y}) \mid d_\Phi(\mathbf{Y}) = \min_{\mathbf{Y}_b \in \partial\Phi} \ \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_b\ , \mathbf{Y} \in \Phi\}$
Radio de cilindro equivalente	$R_{cyl}(b) = \sqrt{V(\Phi) / (\pi \sum_{b=1}^{n_b} d_{dl}(b))}$
Distancia euclidiana	$d_l(b) = \sqrt{(v_{M_n} - v_1)^2}$
Distancia Geodésica	$L_s(b_n) = \sum_{i=0}^{M_n-1} v_{i+1} - v_i $

Simulación del flujo y conductividad

La solución numérica de los modelos se obtiene utilizando el método “**Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)**” desarrollado por Monaghan.

$$A(x) = \int_{\Omega} A(x') \delta(x-x') dx' \quad \delta(r-r') = \begin{cases} 1 & x = x' \\ 0 & x \neq x' \end{cases}$$

$$A(x) \approx \int_{\Omega} A(x') W(x-x', h) dx$$

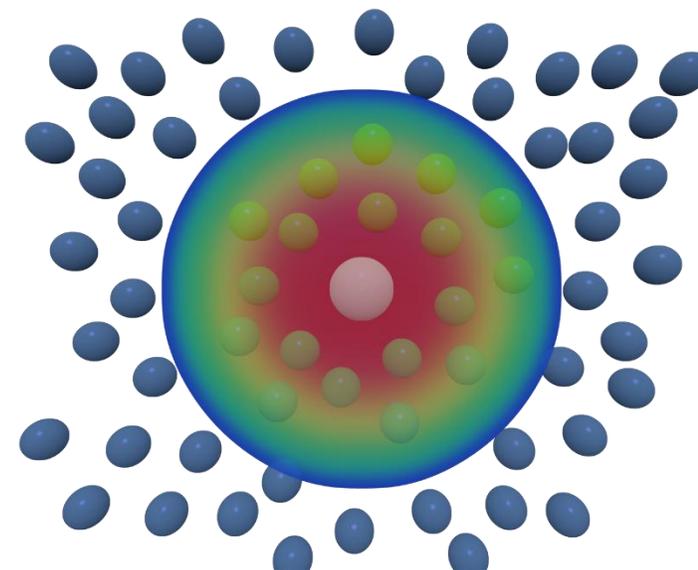
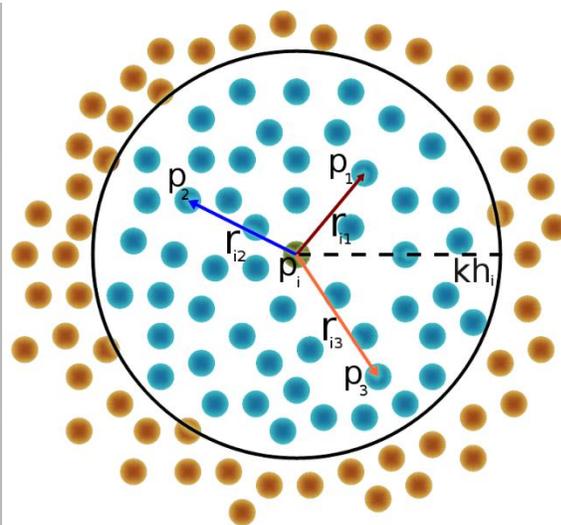
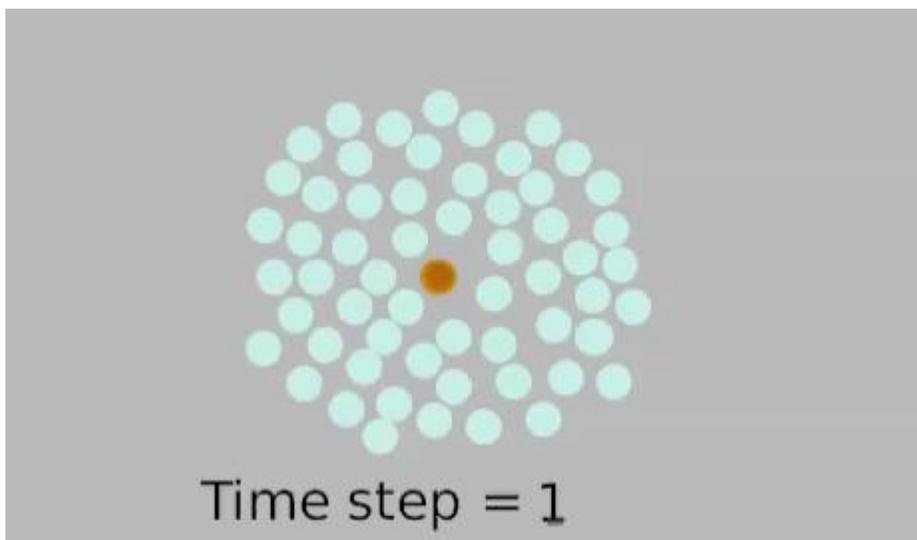
$$m_j = \Delta V_j \rho_j$$

$$\langle A(x_i) \rangle \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} A(x_j) \cdot W_{ij}$$

$$\langle \nabla A(x_i) \rangle = \frac{1}{\rho_i} \sum_j m_j (A(x_j) - A(x_i)) \nabla W_{ij}$$

Kernel suavizado

$$W(R, h) = a_d \times \begin{cases} \frac{2}{3} - R^2 + \frac{1}{2}R^3 & 0 \leq R < 1 \\ \frac{1}{6} (2 - R)^3 & 1 \leq R < 2 \\ 0 & R \geq 2 \end{cases}$$



Flujo por Navier - Stokes

Conservación de la masa

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta}$$

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}$$

Conservación del momento

$$\frac{Dv^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta}$$

$$\frac{Dv_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha}$$

Conservación de la energía

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\sigma^{\alpha\beta} \partial v^\alpha}{\rho \partial x^\beta}$$

$$\frac{D\epsilon_i}{Dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{j} \right) v_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \frac{u_i}{2\rho_i} \epsilon_i^{\alpha\beta} \epsilon_j^{\alpha\beta}$$

Conductividad térmica

La conductividad térmica es un proceso de transporte de energía térmica, causado por un gradiente de energía. El flujo local de temperatura puede ser descrito por:

$$j = -\kappa \nabla T$$

Donde ∇T da el campo de temperatura y κ es el coeficiente de conducción de calor. La velocidad de cambio de la temperatura puede ser definido por la ecuación de conservación de la energía. $\rho \frac{du}{dt} = -\nabla \cdot j$.

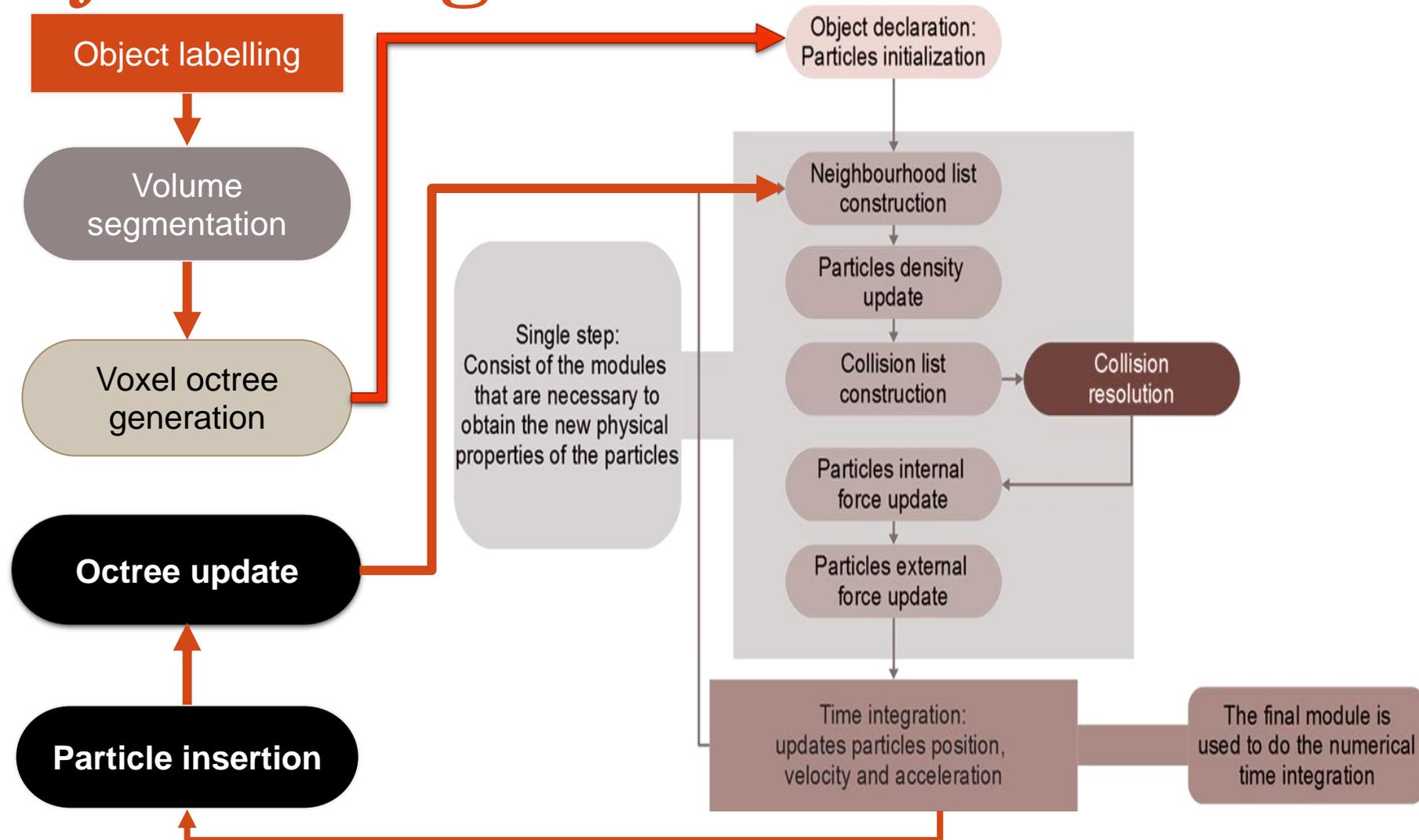
Donde u es la energía térmica por unidad de masa.

Conductividad térmica

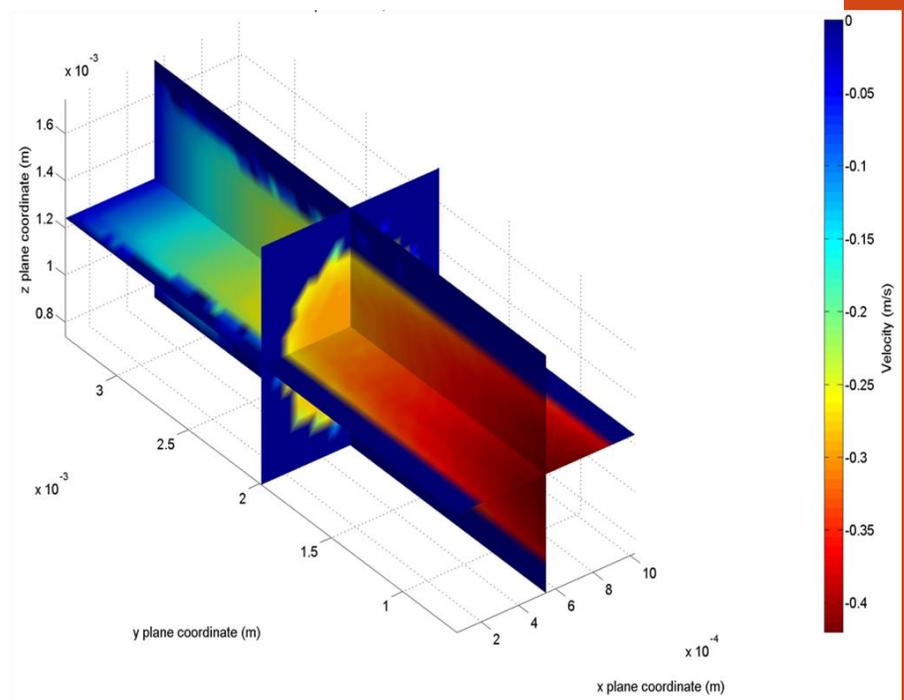
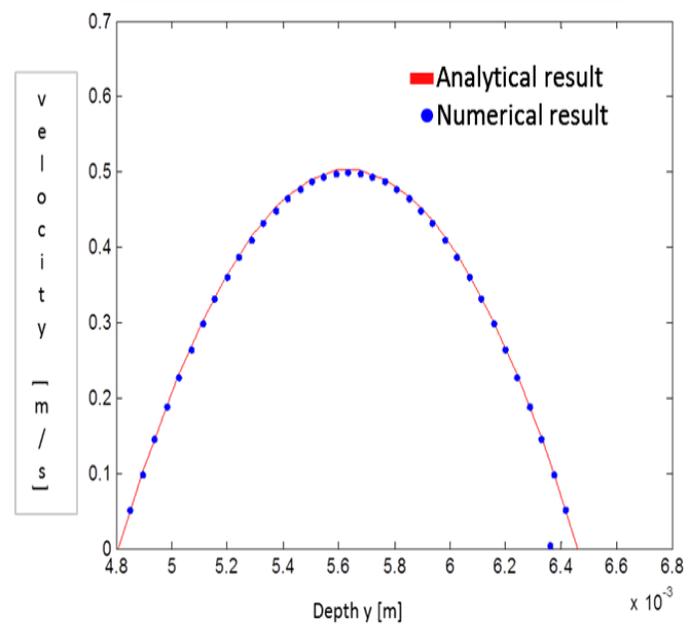
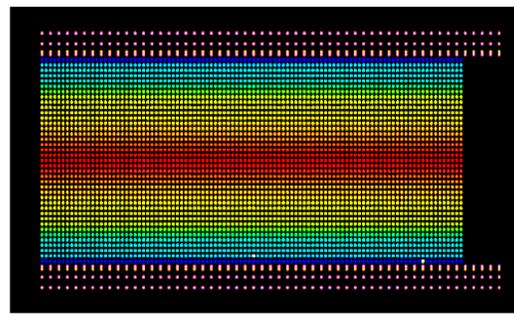
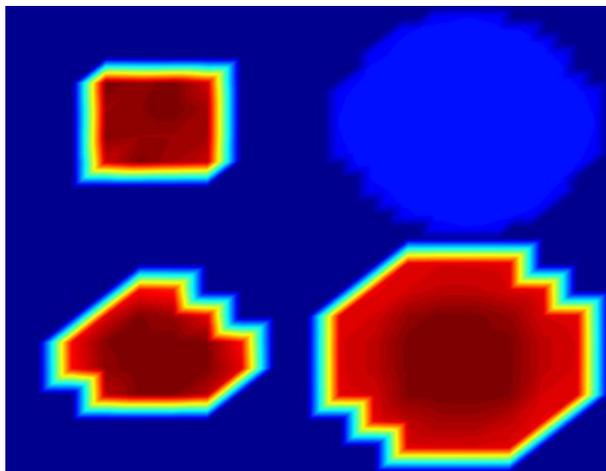
$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\kappa \nabla T)$$

$$\frac{du_i}{dt} = \sum_j \frac{m_j}{\rho_i \rho_j} \frac{(\kappa_j + \kappa_i)(T_j + T_i)}{|x_{ij}|^2} x_{ij} \nabla_i W_{ij}$$

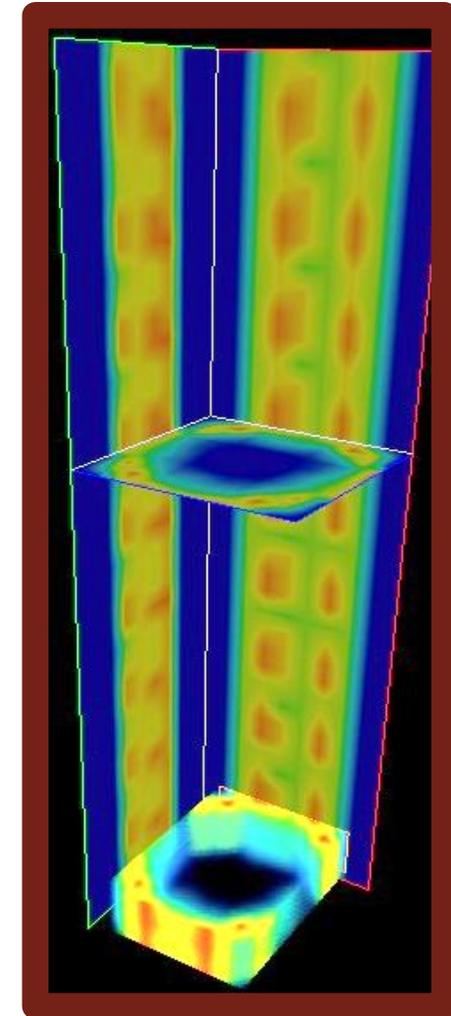
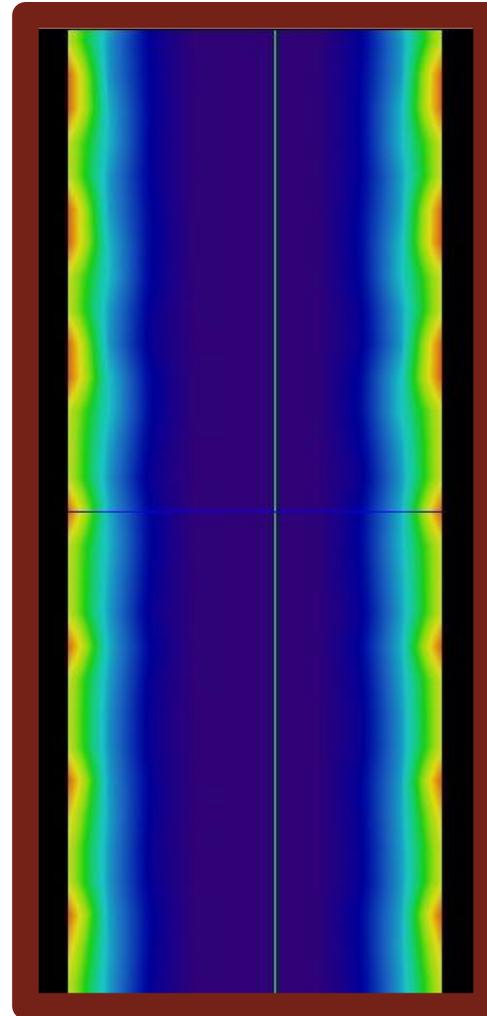
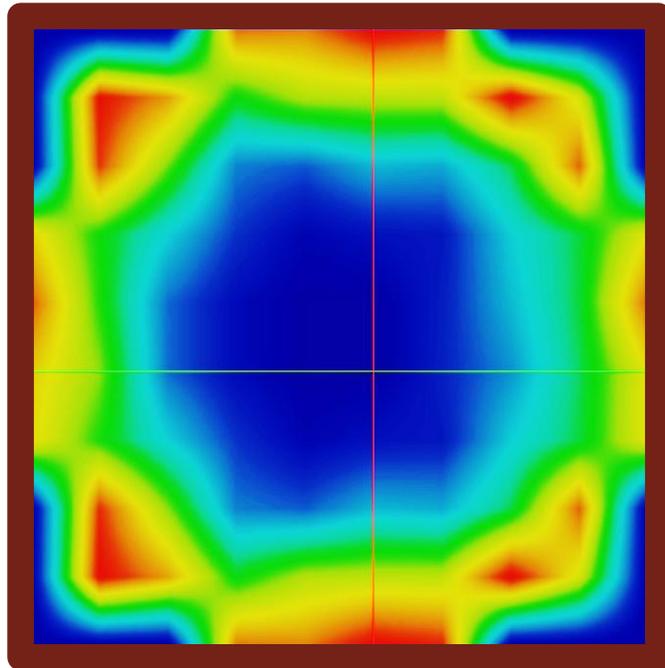
Flujo del algoritmo



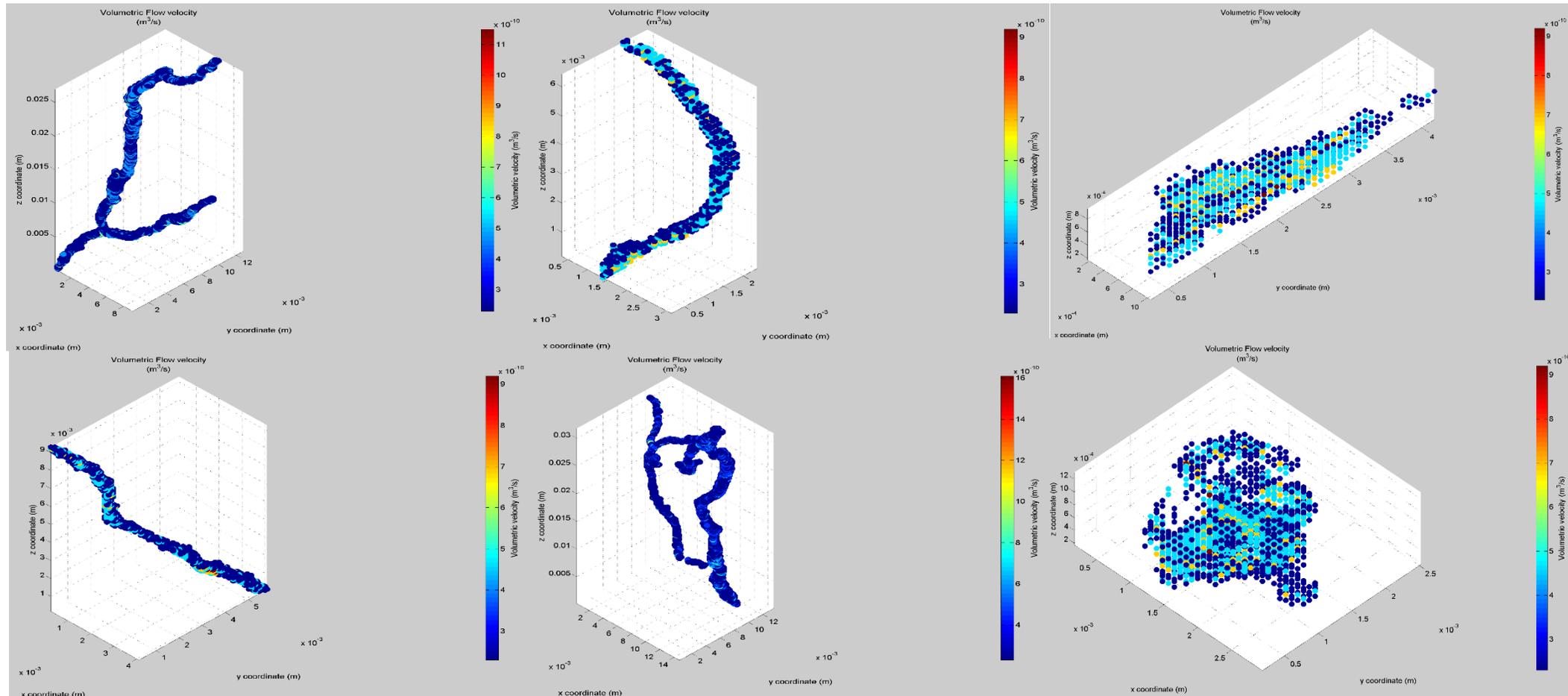
Pruebas del simulador



Solución de velocidad, fuerza interna, energía y temperatura



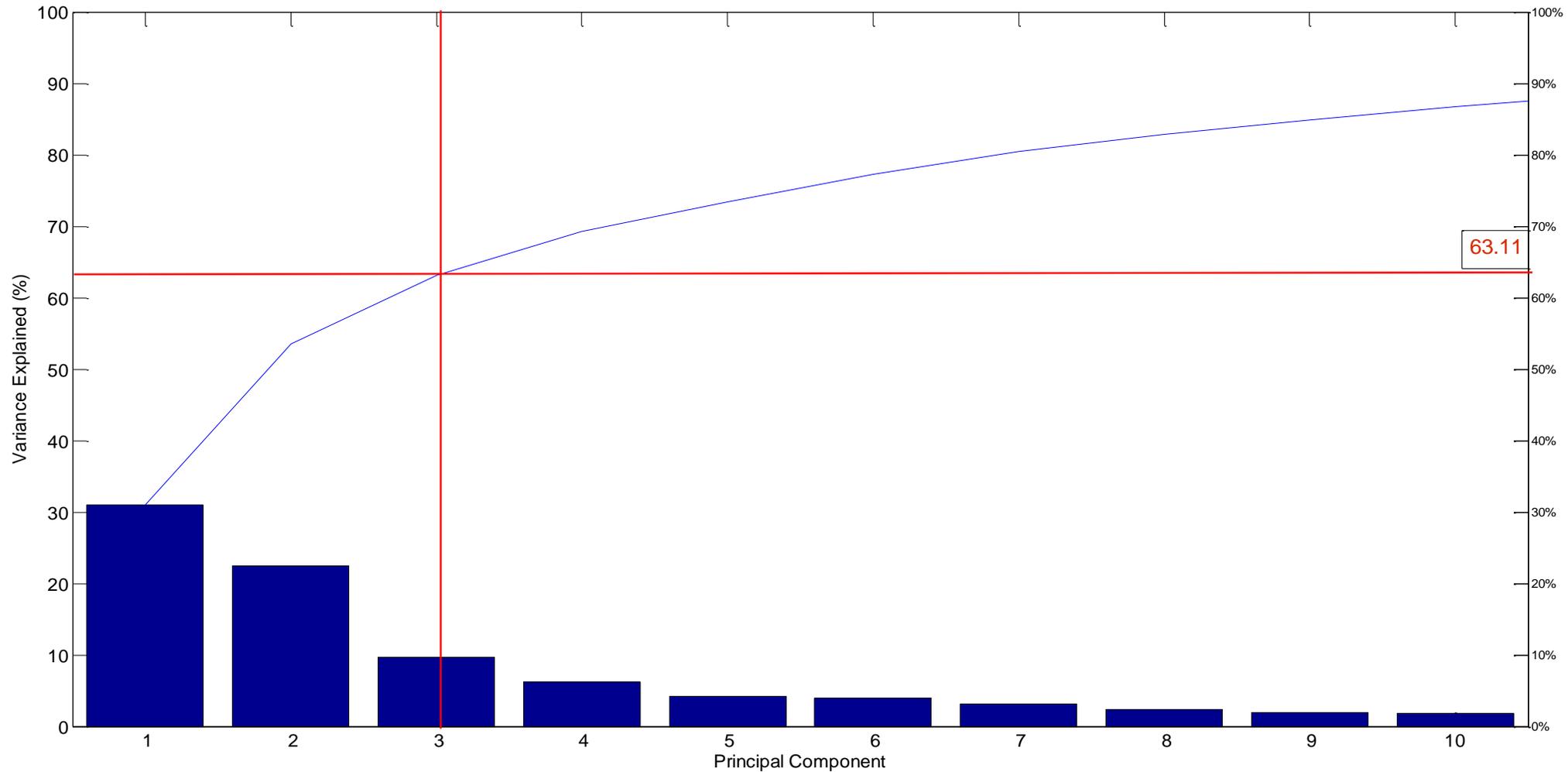
Estructuras micrométricas (voxeles de 80 micrometros)



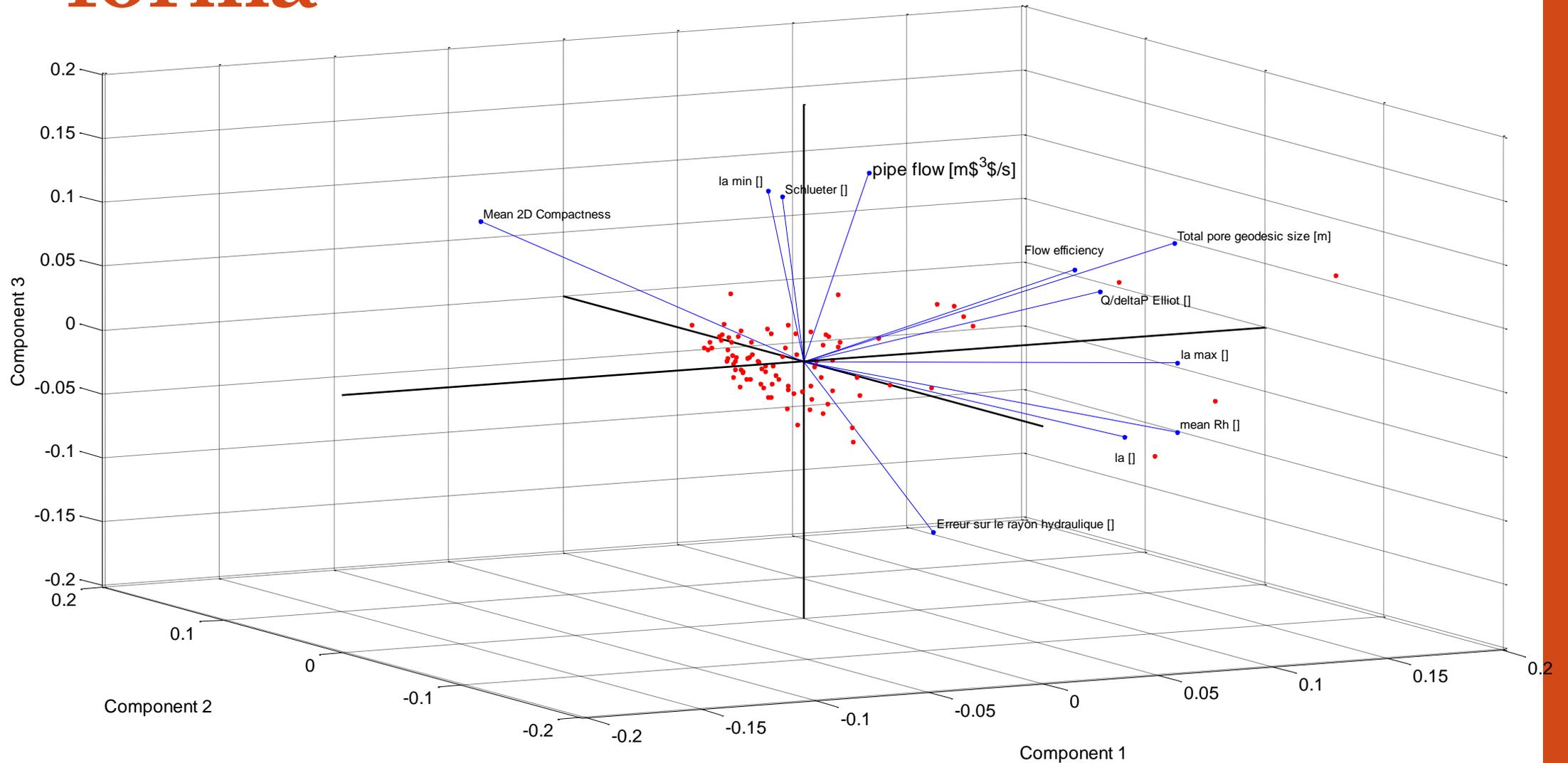
Form – Flow Correlation

Índice	Coefficiente de correlación	Propiedad
30	-0.5160	Momento de inercia principal I33 [<i>voxels</i> · m^2]
13	0.5371	Campo de distancia sobre volumen [ratio]
10	0.5830	Valor máximo de campo de distancia [<i>m</i>]
63	0.5880	Promedio de perímetro de sección transversal [<i>m</i>]
81	0.5928	Rh promedio [-]
38	0.6095	R []
5	0.6154	Volumen [m^3]
6	0.6154	Numero de voxeles [-]
22	0.6690	Extensión [m^2]
58	0.6937	Máximo área de las secciones transversales [m^2]
8	0.7033	Campo de distancia total[<i>m</i>]
84	0.7308	Maximo de la [<i>m</i>]
57	0.7355	Promedio del área de las secciones transversales [m^2]
60	0.7663	Desviación estándar de las secciones transversales [m^2]
83	0.7664	la [<i>m</i>]

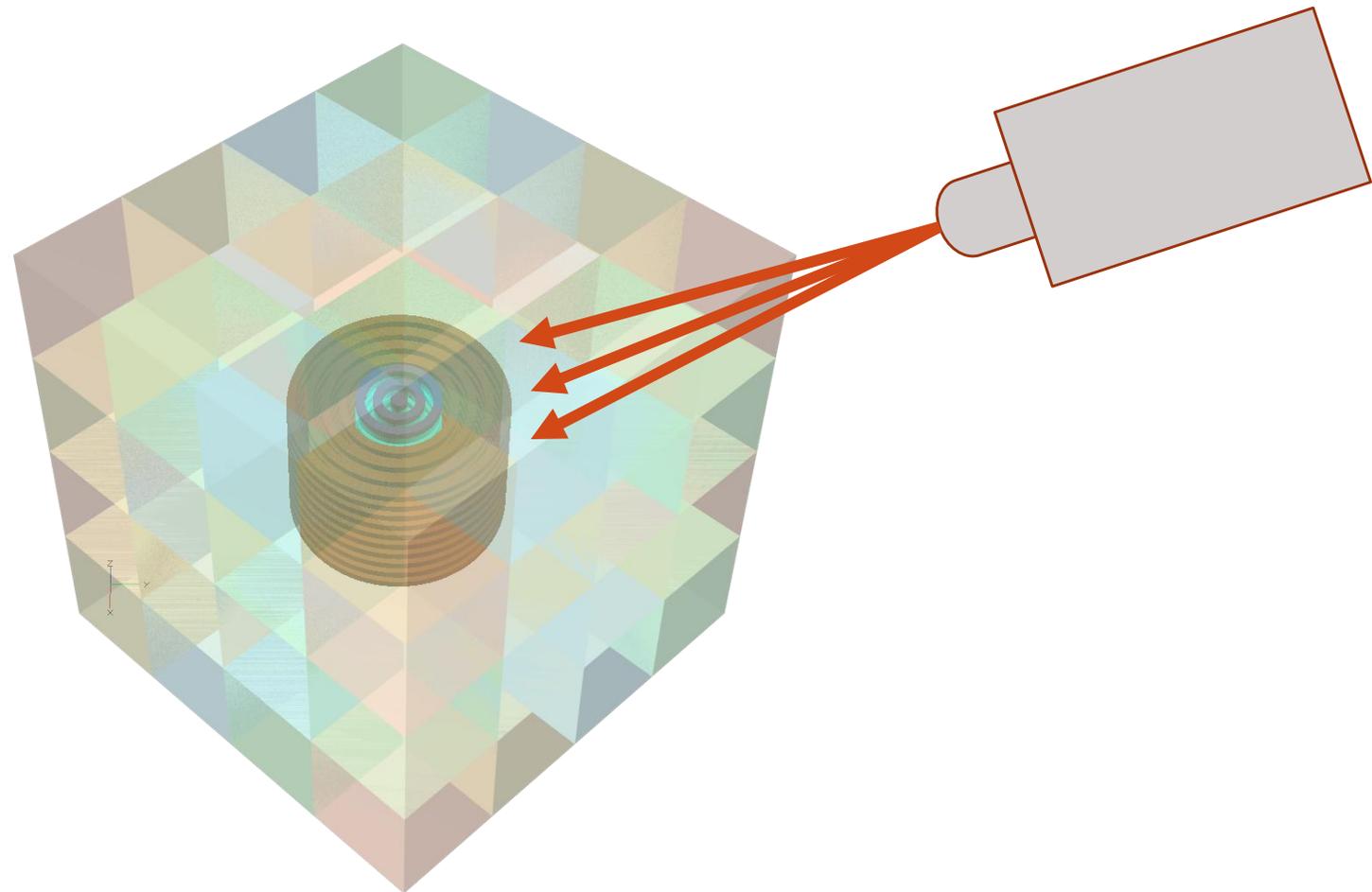
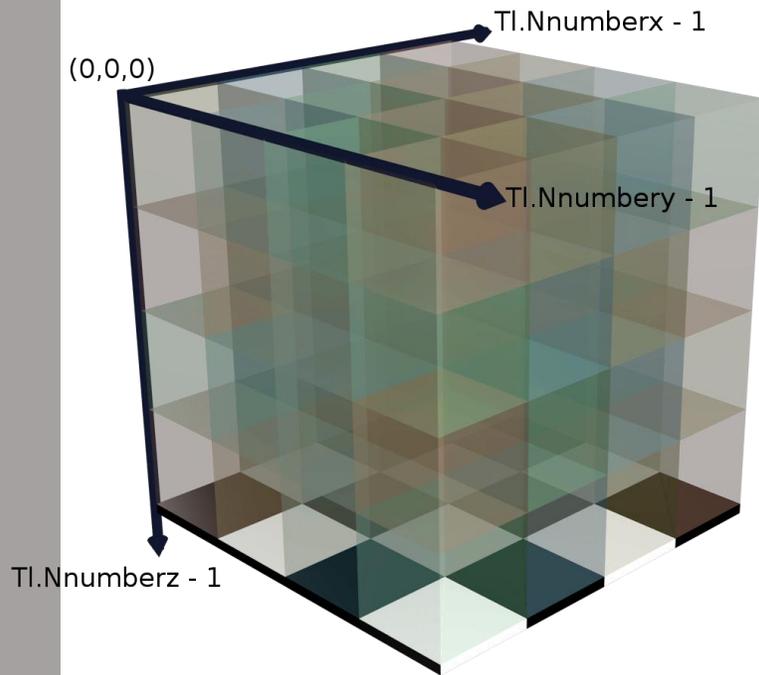
PCA de la relación del flujo – forma



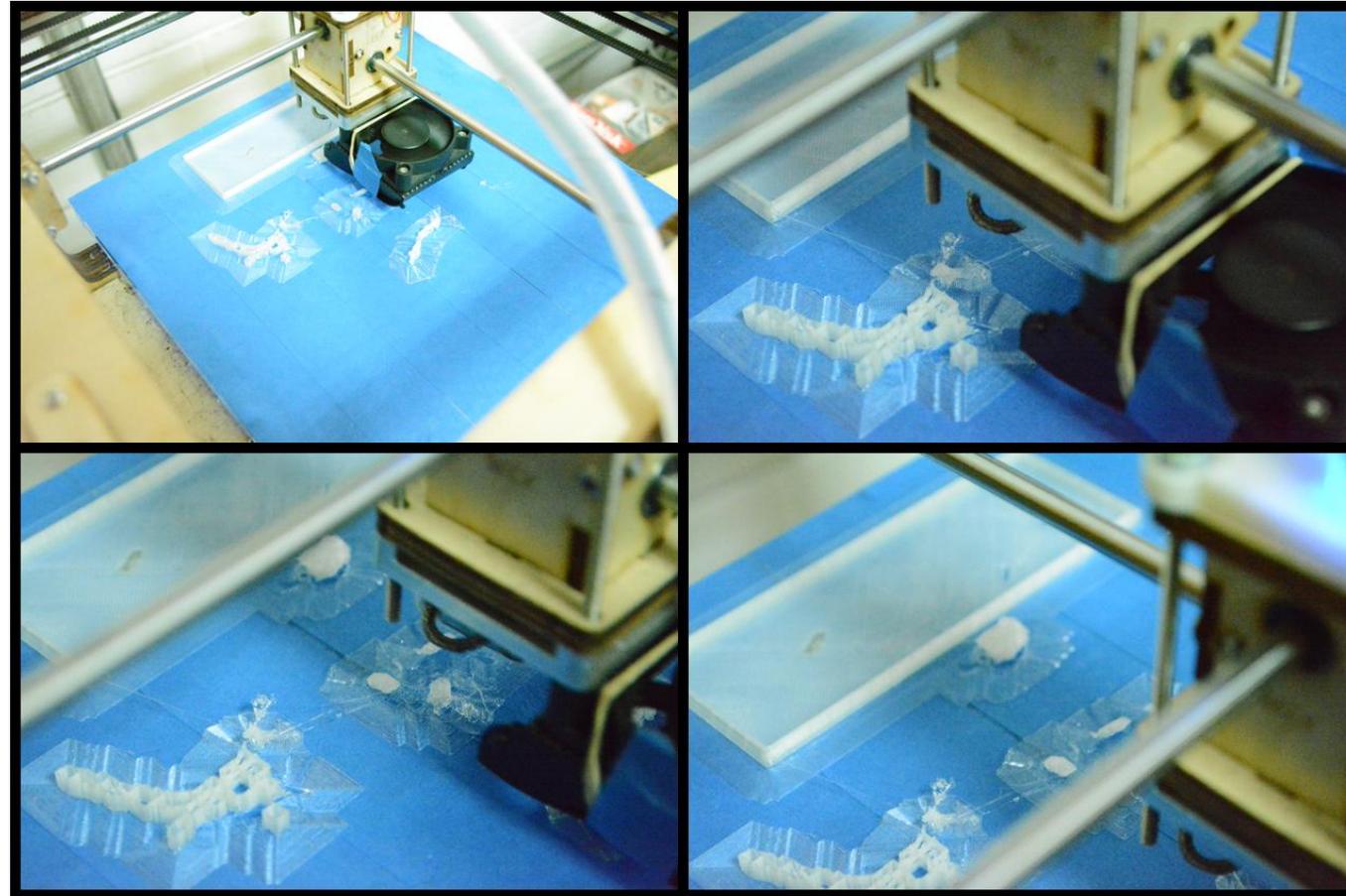
PCA de la relación del flujo – forma



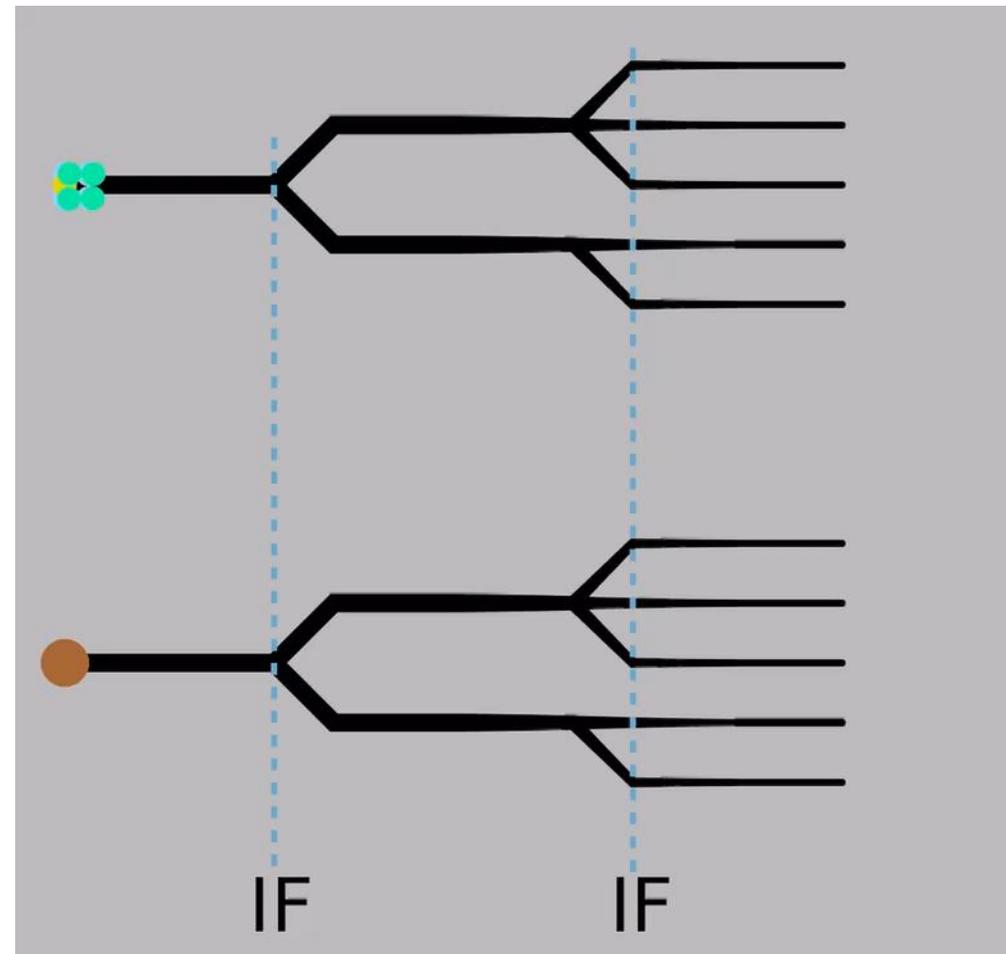
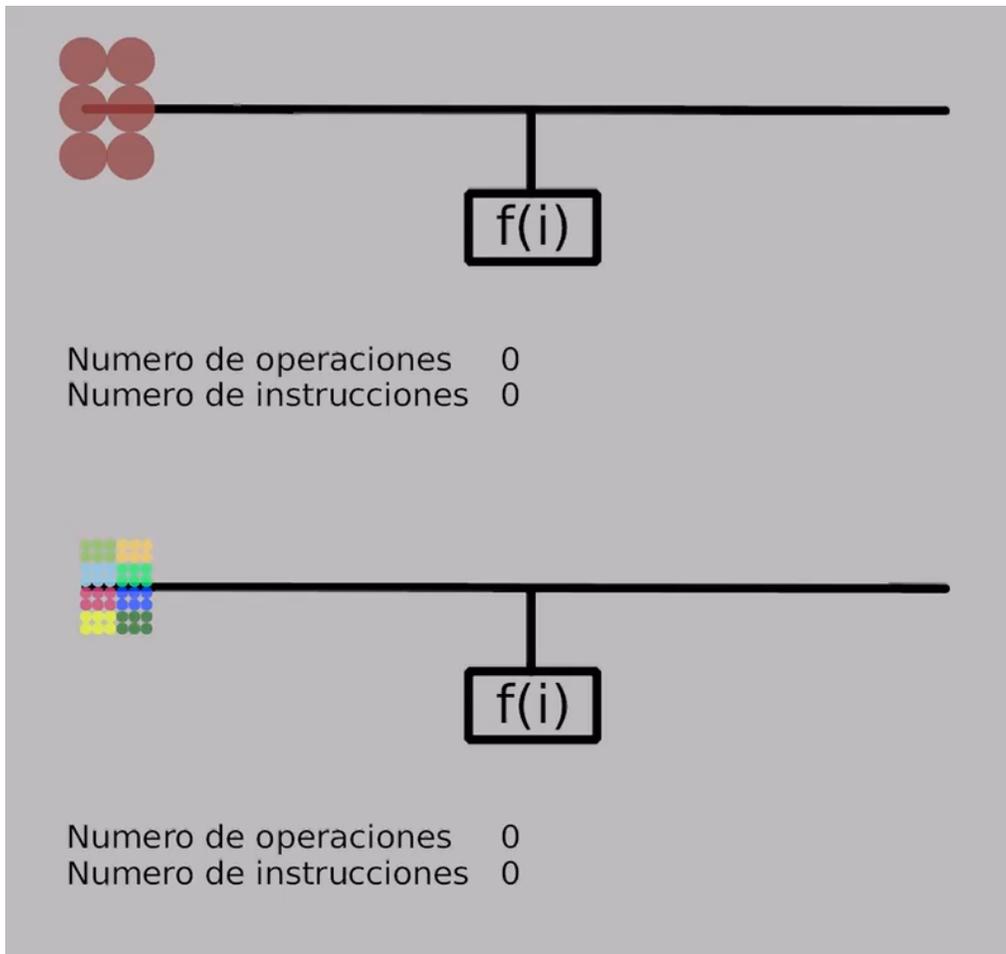
Modelo de visión preliminar.



Construcción aditiva.



Solución en paralelo



Conclusiones

- Se programa un método de simulación por mallas libres para resolver flujos complejos con conductividad térmica en modelos no analíticos. Pruebas iniciales en estructuras con solución conocida fueron realizados para evaluar la eficacia del método.
- Es necesario el estudio termografía en modelos implicados en condiciones experimentales para finalizar la construcción del modelo.
- De ser posible es necesario construir modelos termográficos de superficie (no solo las proyecciones).
- La base de datos de estructuras anatómicas que se esta buscando obtener debería de ser en tres dimensiones.

Gracias,

¿Preguntas?

alfonso.gastelum@ccadet.unam.mx