

# EVALUACIÓN DE APROXIMACIONES ELIPSOIDALES DE DISTINTO ORDEN DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO EN ELECTRO/MAGNETOENCEFALOGRAFÍA.

Mauricio Alcocer Sosa y Dania Gutiérrez Ruiz, Cinvestav Monterrey

## Resumen

Electroencefalografía (EEG) y magnetoencefalografía (MEG) miden los campos bioelectromagnéticos inducidos por corrientes eléctricas en el cerebro. Dichos métodos se utilizan en el diagnóstico de epilepsia, en particular para determinar de manera no invasiva la ubicación del foco epiléptico. La solución matemática de este problema depende del uso de modelos geométricos realistas e idealizados de la cabeza basados en aproximaciones por el método de elementos de frontera y el modelo esférico, respectivamente. El modelo esférico puede ser suplido por el modelo elipsoidal ya que éste último aproxima de una mejor manera la cabeza, lo que genera un menor error en la ubicación de la fuente. En este trabajo se extiende la aproximación elipsoidal de segundo orden de la literatura a una aproximación de tercer orden, con lo cual se reduce el sesgo en la estimación de la ubicación de la fuente de actividad neuronal. Resultados preliminares muestran que la aproximación de tercer orden se reduce el error en comparación con la aproximación de segundo orden, aunque este efecto es dependiente de la posición y orientación de las fuentes.

## Solución al problema directo

El cálculo de los campos bioelectromagnéticos en EEG y MEG puede escribirse de forma algebraica como:

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}) &= \mathbf{k}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)^T \mathbf{q}, \\ \mathbf{b}(\mathbf{r}) &= \mathbf{K}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \mathbf{q}, \end{aligned}$$

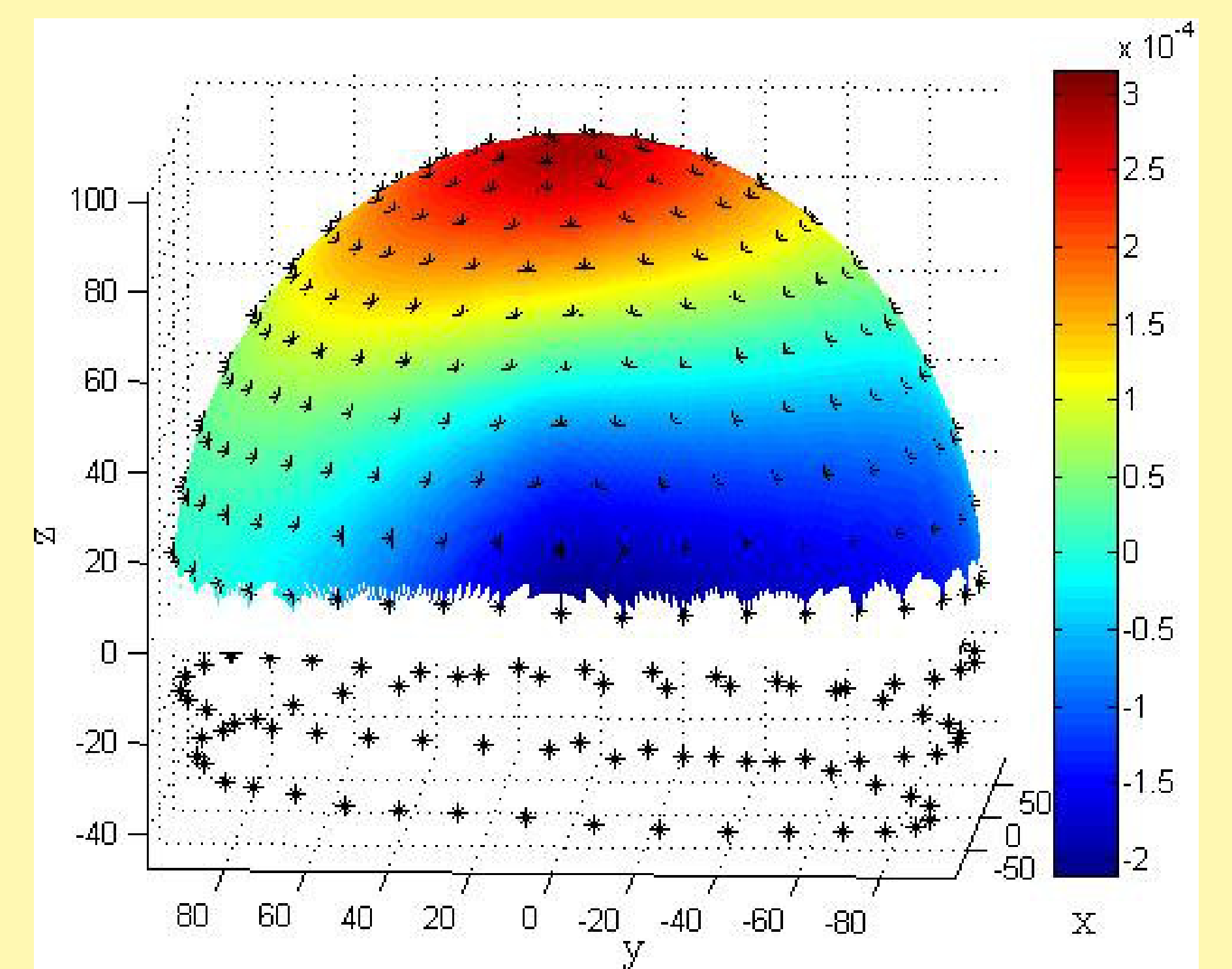
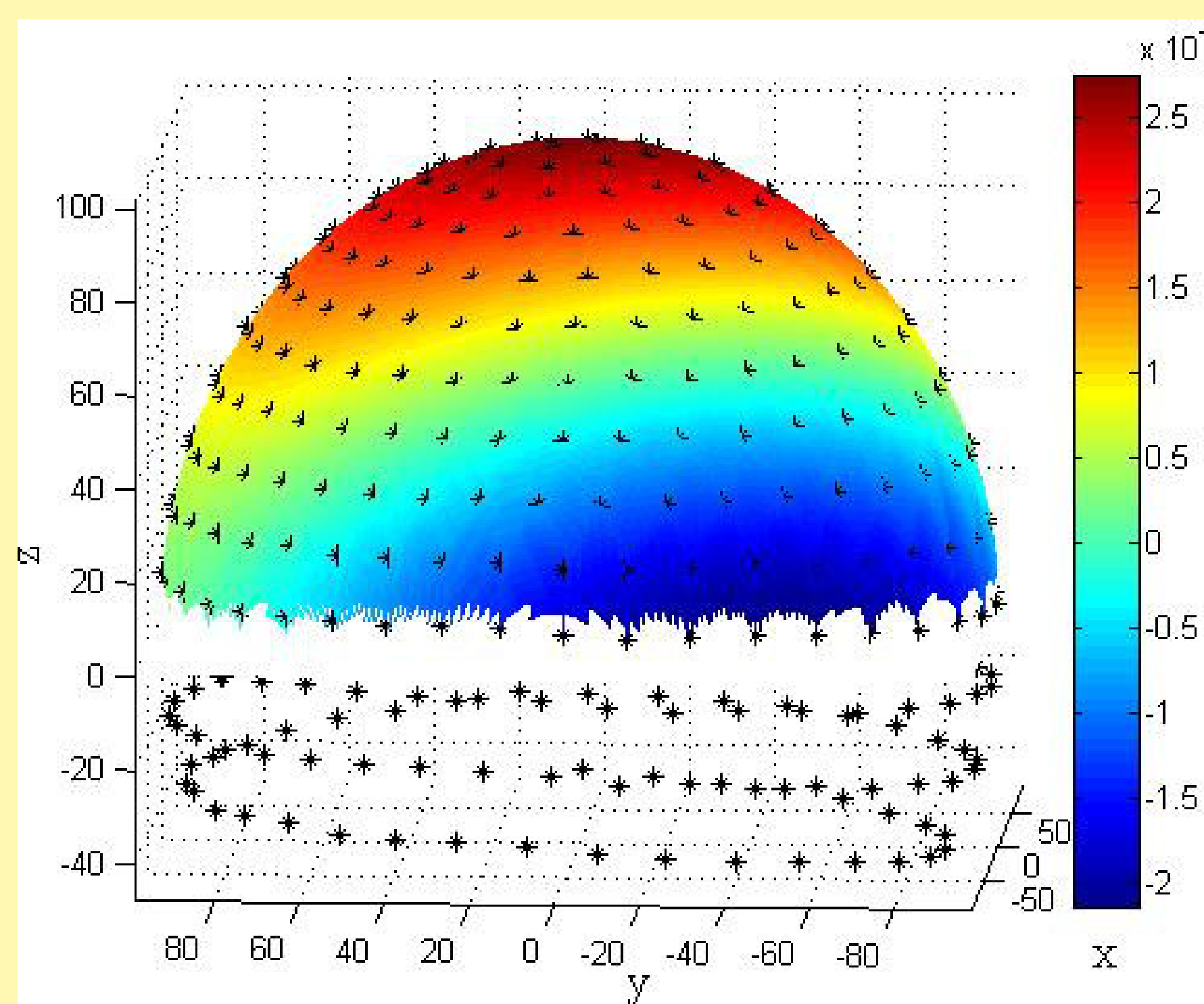
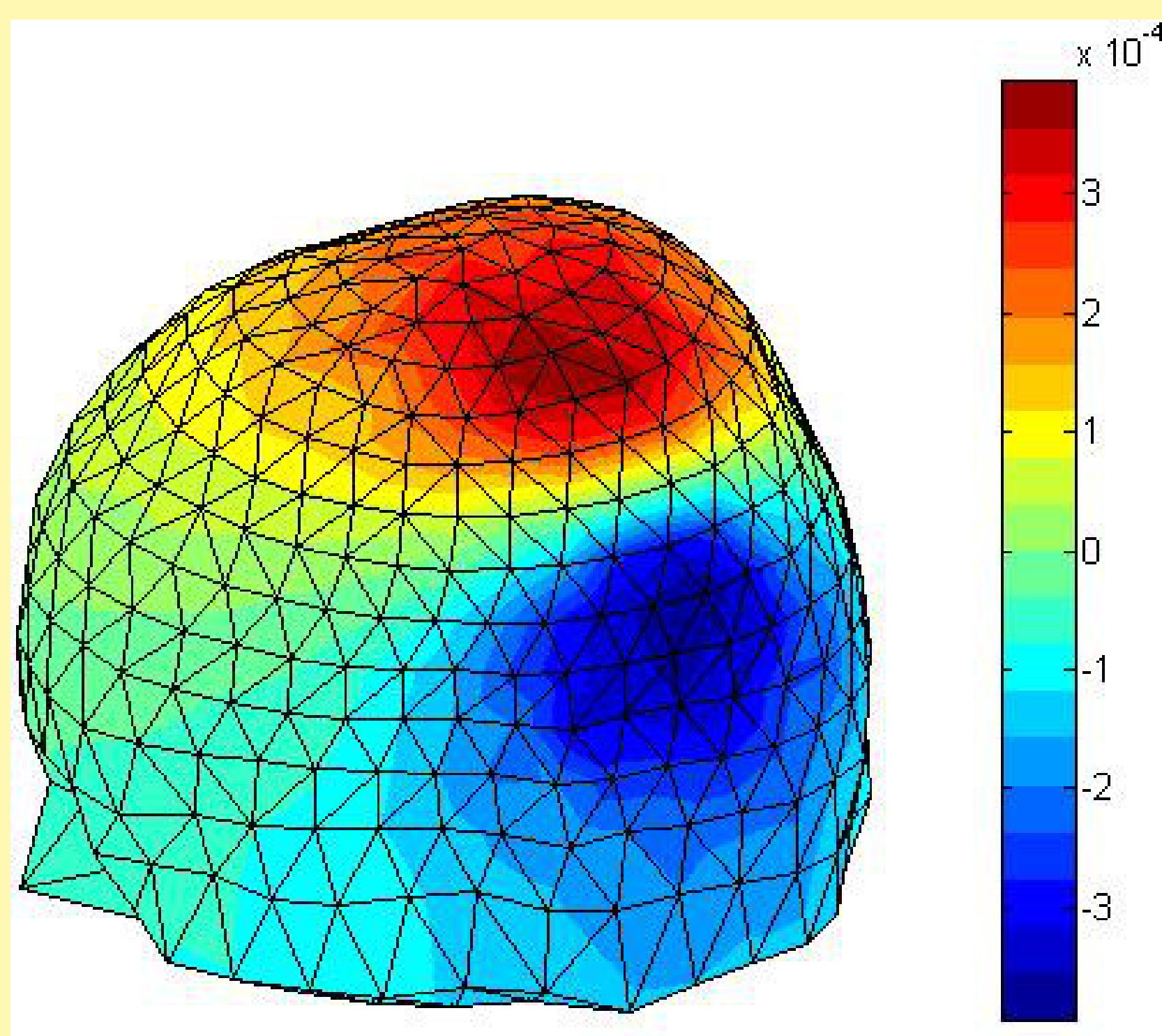
donde:

$$\mathbf{k}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{4\pi\alpha_{L,1}\alpha_{L,2}\alpha_{L,3}} \left[ 3\mathbf{g}_1(\mathbf{r}) - \left( \frac{5}{2}H_1(\mathbf{r}) - 15H_2(\mathbf{r}) \right) \mathbf{r}_0 - \frac{21}{2} \left( \Omega(\mathbf{r}_0)\mathbf{h}_1(\mathbf{r}) - \Omega'(\mathbf{r}_0)\mathbf{h}_2(\mathbf{r}) \right) + 105g_2(\mathbf{r})\text{diag}(\text{Adj}(\text{diag}(\mathbf{r}_0))) \right],$$

tal que  $\mathbf{k}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$  es el vector *kernel* de [1]. Para el caso de MEG, el *kernel* es:

$$\begin{aligned} K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ H(\mathbf{r})\Omega_5(\mathbf{r}_0) - \frac{3}{2h_1h_2h_3} \sum_{k=1}^3 \frac{h_k}{\Lambda_k - \Lambda'_k} \left[ \Omega_k(\mathbf{r}_0)\mathbb{F}_3^{2k-1}(\mathbf{r}) - \Omega'_k(\mathbf{r}_0)\mathbb{F}_3^{2k}(\mathbf{r}) \right] + \frac{15}{(h_1h_2h_3)^2} \Omega_4(\mathbf{r}_0)\mathbb{F}_3^7(\mathbf{r}) + \frac{3}{10h_1h_2h_3} \sum_{\substack{k,j=1 \\ k \neq j}}^3 \frac{h_k(\hat{\mathbf{u}}_k \times \hat{\mathbf{u}}_j)\hat{\mathbf{u}}_j^T}{(\Lambda_k - \Lambda'_k)(\Lambda_j - \Lambda'_j)} \right. \\ &\times \left. \left\{ \frac{\Gamma_j(\Omega(\mathbf{r}_0)\hat{\mathbf{u}}_j\hat{\mathbf{u}}_j^T)^T}{\Lambda_j + 2\alpha_j^2} [\Phi(\Lambda_k, \Lambda_j)\mathbb{F}_3^{2k-1}(\mathbf{r}) - \Phi(\Lambda'_k, \Lambda_j)\mathbb{F}_3^{2k}(\mathbf{r})] - \frac{\Gamma'_j(\Omega'(\mathbf{r}_0)\hat{\mathbf{u}}_j\hat{\mathbf{u}}_j^T)^T}{\Lambda'_j + 2\alpha_j^2} [\Phi(\Lambda_k, \Lambda'_j)\mathbb{F}_3^{2k-1}(\mathbf{r}) - \Phi(\Lambda'_k, \Lambda'_j)\mathbb{F}_3^{2k}(\mathbf{r})] \right\} - \frac{3}{(h_1h_2h_3)^2} \sum_{j=1}^3 \frac{(-1)^j \alpha_j^2 h_j^2}{\Lambda_j - \Lambda'_j} \right. \\ &\times \left. \left[ \frac{(\Lambda_j - \alpha_j^2)(\Omega(\mathbf{r}_0)\hat{\mathbf{u}}_j\hat{\mathbf{u}}_j^T)^T}{(\Lambda_j + 2\alpha_j^2)} - \frac{(\Lambda'_j - \alpha_j^2)(\Omega'(\mathbf{r}_0)\hat{\mathbf{u}}_j\hat{\mathbf{u}}_j^T)^T}{(\Lambda'_j + 2\alpha_j^2)} \right] \mathbb{F}_3^7(\mathbf{r}) + \frac{1}{\Lambda\Lambda'h_1h_2h_3} \sum_{k=1}^3 \frac{(-1)^k \alpha_k^2 h_k^3}{\Lambda_k - \Lambda'_k} \hat{\mathbf{u}}_k \left[ \frac{\Lambda_k(\Lambda_k - \alpha_k^2)\mathbb{F}_3^{2k-1}(\mathbf{r})}{\Gamma_k} - \frac{\Lambda'_k(\Lambda'_k - \alpha_k^2)\mathbb{F}_3^{2k}(\mathbf{r})}{\Gamma'_k} \right] \text{diag}(\text{Adj}(\text{diag}(\mathbf{r}_0)))^T \right\}. \end{aligned}$$

## Experimentos: Solución al problema inverso en EEG



Se resolvió el problema directo con el modelo BEM, después se da solución al problema inverso con el modelo elipsoidal en orden 2 y orden 3, respectivamente. De los 500 nodos que forman la malla del cuero cabelludo en BEM, se utilizaron 400 como sensores para los modelos elipsoidales. La estimación de la fuente se realizó con la técnica de Máxima verosimilitud.

Error promedio de la estimación

Profundidad (mm)	Error (mm)		Proporción (P)	
	Orden 2	Orden 3	O3/O2	n
5	16.3674	17.6971	1.11195	763
10	17.5882	16.8824	0.979807	776
15	20.0454	16.8447	0.857157	855
20	21.8018	16.5106	0.948773	925

## Conclusiones

- La aproximación de tercer orden proporciona una mejor focalización y menor discrepancia en la magnitud del potencial eléctrico.
- No encontramos diferencias significativas entre las aproximaciones de O2 y O3 en la solución del problema inverso.
- El error depende de la posición y orientación del dipolo, por lo que se requiere una experimentación más exhaustiva.

## Referencias

- 1 D. Gutiérrez y M. Alcocer-Sosa, "A Third-Order Approximate Solution of the EEG Forward Problem in Four-Shell Ellipsoidal Geometry", en Proceedings of the 46th Asilomar Conference, 633 (2012).
- 2 D. Gutiérrez, A. Nehorai and H. Preissl, "Ellipsoidal head model for fetal magnetoencephalography: forward and inverse solutions", *Phys. Med. Biol.*, 50, 2141 (2005).
- 3 F. Kariotou, "Electroencephalography in ellipsoidal geometry", *J. Math. Anal. Appl.*, 290, 324 (2004).
- 4 G. Dassios, D. Hadjiloizi and F. Kariotou, "The octapolic ellipsoidal term in magnetoencephalography", *J. Math. Phys.*, 50, 013508 (2009).